

Prof. Dr. Alfred Toth

Doppelt reflektorische Thematisierungen in 4-wertigen Relationen

1. In Toth (2026a-c) hatten wir gezeigt, daß man die strukturellen Realitäten der 27 Dualsysteme des vollständigen ternären semiotischen Systems in Tripelrelationen der folgenden Form notieren kann

$$(X, Y) \rightarrow Z$$

$$X \rightarrow Y \leftarrow Z$$

$$X \leftarrow (Y, Z).$$

Nimmt man die Permutationen der Dualsysteme dazu, ergeben sich weitere paarweise Differenzen durch Vertauschung der Thematisanden

$$(Y, X) \rightarrow Z$$

$$Z \rightarrow Y \leftarrow X$$

$$X \leftarrow (Z, Y).$$

Als Beispiel diene die Thematisierung M-them. O. In nicht-permutierten Zeichenklassen haben wir hier wie für jede andere Thematisierung ein thematisches Tripel:

$$3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \quad O \leftarrow (M, M)$$

$$3.1 \quad 2.2 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 2.2 \quad 1.3 \quad M \rightarrow O \leftarrow M$$

$$3.2 \quad 2.1 \quad 1.1 \quad \times \quad 1.1 \quad 1.2 \quad 2.3 \quad (M, M) \rightarrow O$$

In permutierten Zeichenklassen wird dann natürlich jede Zeichenklasse auf $3! = 6$ Zeichenklassen abgebildet (vgl. Toth 2026d).

2. Während reflektorische Thematisierungen konverse Relationen sind, sind doppelt reflektorische Thematisierungen dual, d.h. in 3-wertigen Relationen entsprechen dualen semiotischen Relationen auch duale thematische Relationen (vgl. Toth 2026e). Wir zeigen im folgenden, wie es sich in 4-wertigen Relationen verhält.

Perm($O \leftarrow (M, M)$)

$$3.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad 2.1 \quad 1.2 \quad 1.3 \quad O \leftarrow (M^1, M^2)$$

$$1.2 \quad 2.1 \quad 3.1 \quad \times \quad 1.3 \quad 1.2 \quad 2.1 \quad (M^2, M^1) \rightarrow O$$

↓

$$3.2 \quad 1.1 \quad 2.1 \quad 1.2 \quad \times \quad \underline{2.1} \quad \underline{1.2} \quad \underline{1.1} \quad \underline{2.3} \quad O \leftarrow (M, M) \rightarrow O$$

1.2 2.1 2.3 1.1 × 1.1 3.2 1.2 2.1 $M \rightarrow I \leftarrow (M, O)$

1.2 3.1 2.1 × 1.2 1.3 2.1 $(M^1, M^2) \rightarrow O$

2.1 3.1 1.2 × 2.1 1.3 1.2 $O \leftarrow (M^2, M^1)$

↓

1.3 2.1 3.2 1.1 × 1.1 2.3 1.2 3.1 $M \rightarrow O \leftarrow (M, I)$

2.3 1.1 3.1 1.2 × 2.1 1.3 1.1 3.2 $O \leftarrow (M, M) \rightarrow I$

3.1 1.2 2.1 × 1.2 2.1 1.3 $M^1 \rightarrow O \leftarrow M^2$

2.1 1.2 3.1 × 1.3 2.1 1.2 $M^2 \rightarrow O \leftarrow M^1$

↓

3.1 1.2 1.2 2.1 × 1.2 2.1 2.1 1.3 $M \leftarrow (O, O) \rightarrow M$

2.1 1.2 1.3 2.1 × 1.2 3.1 2.1 1.2 $M \rightarrow I \leftarrow (O, M)$

Perm($M \rightarrow O \leftarrow M$)

3.1 1.1 2.2 × 2.2 1.1 1.3 $O \leftarrow (M^1, M^2)$

2.2 1.1 3.1 × 1.3 1.1 2.2 $(M^2, M^1) \rightarrow O$

3.1 1.1 1.2 1.2 × 2.1 2.1 1.1 1.3 $(O, O) \leftrightarrow (M, M)$

2.1 2.1 1.3 1.1 × 1.1 3.1 1.2 1.2 $M \rightarrow I \leftarrow (M, M)$

2.2 3.1 1.1 × 1.1 1.3 2.2 $(M^1, M^2) \rightarrow O$

1.1 3.1 2.2 × 2.2 1.3 1.1 $O \leftarrow (M^2, M^1)$

2.3 2.1 3.1 1.1 × 1.1 1.3 1.2 3.3 $(M, M, M) \rightarrow I$

1.3 1.1 3.2 1.2 × 2.1 2.3 1.1 3.1 $(O, O) \rightarrow (M, I)$

3.1 2.2 1.1 × 1.1 2.2 1.3 $M^1 \rightarrow O \leftarrow M^2$

1.1 2.2 3.1 × 1.3 2.2 1.1 $M^2 \rightarrow 0 \leftarrow M^1$
 3.2 1.2 2.1 2.1 × 1.2 1.2 2.1 2.3 $(M, M) \leftrightarrow (0, 0)$
 1.2 1.2 2.3 2.1 × 1.2 3.2 2.1 2.1 $(M, I) \leftarrow (0, 0)$
 Perm($(M, M) \rightarrow 0$)
 2.1 1.1 3.2 × 2.3 1.1 1.2 $0 \leftarrow (M^1, M^2)$
 3.2 1.1 2.1 × 1.2 1.1 2.3 $(M^2, M^1) \rightarrow 0$
 2.1 1.1 1.3 1.2 × 2.1 3.1 1.1 1.2 $(0, I) \leftarrow (M, M)$
 3.1 2.1 1.2 1.1 × 1.1 2.1 1.2 1.3 $M \rightarrow 0 \leftarrow (M, M)$
 3.2 2.1 1.1 × 1.1 1.2 2.3 $(M^1, M^2) \rightarrow 0$
 1.1 2.1 3.2 × 2.3 1.2 1.1 $0 \leftarrow (M^2, M^1)$
 3.2 2.1 2.1 1.1 × 1.1 1.2 1.2 2.3 $(M, M, M) \rightarrow 0$
 1.2 1.1 2.3 1.2 × 2.1 3.2 1.1 2.1 $0 \rightarrow (I, M) \leftarrow 0$
 2.1 3.2 1.1 × 1.1 2.3 1.2 $M^1 \rightarrow 0 \leftarrow M^2$
 1.1 3.2 2.1 × 1.2 2.3 1.1 $M^2 \rightarrow 0 \leftarrow M^1$
 2.3 1.2 3.1 2.1 × 1.2 1.3 2.1 3.2 $(M, M) \rightarrow (0, I)$
 1.3 1.2 3.2 2.1 × 1.2 2.3 2.1 3.1 $M \leftarrow (0, 0) \rightarrow I$

3. Doppelte Reflexivität wird also beim Übergang von 3- zu 4-wertigen Relationen aufgehoben.

3-wertig → 4-wertig
 $0 \leftarrow (M^1, M^2)$ → $0 \leftarrow (M, M) \rightarrow 0$
 $(M^2, M^1) \rightarrow 0$ → $M \rightarrow I \leftarrow (M, 0)$

$$(M^1, M^2) \rightarrow O \quad \rightarrow \quad M \rightarrow O \leftarrow (M, I)$$

$$O \leftarrow (M^2, M^1) \quad \rightarrow \quad O \leftarrow (M, M) \rightarrow I$$

$$M^1 \rightarrow O \leftarrow M^2 \quad \rightarrow \quad M \leftarrow (O, O) \rightarrow M$$

$$M^2 \rightarrow O \leftarrow M^1 \quad \rightarrow \quad M \rightarrow I \leftarrow (O, M)$$

$$O \leftarrow (M^1, M^2) \quad \rightarrow \quad (O, O) \leftrightarrow (M, M)$$

$$(M^2, M^1) \rightarrow O \quad \rightarrow \quad M \rightarrow I \leftarrow (M, M)$$

$$(M^1, M^2) \rightarrow O \quad \rightarrow \quad (M, M, M) \rightarrow I$$

$$O \leftarrow (M^2, M^1) \quad \rightarrow \quad (O, O) \rightarrow (M, I)$$

$$M^1 \rightarrow O \leftarrow M^2 \quad \rightarrow \quad (M, M) \leftrightarrow (O, O)$$

$$M^2 \rightarrow O \leftarrow M^1 \quad \rightarrow \quad (M, I) \leftarrow (O, O)$$

$$O \leftarrow (M^1, M^2) \quad \rightarrow \quad (O, I) \leftarrow (M, M)$$

$$(M^2, M^1) \rightarrow O \quad \rightarrow \quad M \rightarrow O \leftarrow (M, M)$$

$$(M^1, M^2) \rightarrow O \quad \rightarrow \quad (M, M, M) \rightarrow O$$

$$O \leftarrow (M^2, M^1) \quad \rightarrow \quad O \rightarrow (I, M) \leftarrow O$$

$$M^1 \rightarrow O \leftarrow M^2 \quad \rightarrow \quad (M, M) \rightarrow (O, I)$$

$$M^2 \rightarrow O \leftarrow M^1 \quad \rightarrow \quad M \leftarrow (O, O) \rightarrow I$$

Literatur

Toth, Alfred, Vollständige Thematisierungstripel. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2026a

Toth, Alfred, Thematische Transpositionen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2026b

Toth, Alfred, Gruppen von Thematisierungswerten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2026c

Toth, Alfred, Trajektische thematische Übergänge von 3- zu 4-Wertigkeit. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2026d

Toth, Alfred, Doppelt reflektorische Thematisierungen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2026e

23.3.2026